

编者按:《义务教育数学课程标准(2022年版)》指出,数学教育承载着落实立德树人根本任务、实施素质教育的功能。初中阶段是学生理解数学基本概念、形成数学学科逻辑思维的关键时期。当前,育人方式变革在理论层面已奠定了较为深厚的研究基础,但还缺少指向具体学科教学的模式研究。而“数学体验”这一学科育人方式填补了此间空白,越来越多地运用于初中阶段数学课堂,呼应了育人目标和育人方式变革。本报本期推出“初中数学体验”专题系列稿件,以期为更多学校和教育工作者提供经验和借鉴。

数学体验:一种数学学科育人方式变革的探索

宋永忠

初中数学体验:指向学科育人的教学变革

■张爱平

基础教育课程改革特别强调落实立德树人根本任务,发展学生的核心素养以及在学科教学中实现学科育人,培养学生的学科核心素养。在学习数学的过程中,学生在自主参与的推理活动中领悟理解一个命题或概念,这是一个体验探索的“再创造”过程。经历这些“过程”不仅有助于学生学习和掌握数学知识,还有利于培养学生对数学的创新思维能力、创新想象能力、创新实践能力。

对此,“初中数学体验”项目组在15年的探索中,展开以初中数学体验为主题的探索,界定了数学体验的内涵、价值与特征,建构了相关教学内容,提炼了相应教学结构,提出了实施途径的体验系统,设计了评价工具,致力于改变初中数学“教”的现状,丰富学生的数学学习方式,提高学科育人水平。

数学体验的内涵与特征

数学体验,是指在外部操作和表层认知的基础上,深刻感受数学对象、发现数学问题、领悟数学思想方法、积累数学活动经验以及提升数学核心素养的一种深层次的认知与情感活动。

数学体验既可以是相对完整的数学学习方式,包括启动经验初步感受、全面观察深入反思、抽象概括建构意义、身临其境实地验证(主动应用)等环节,也可以以其中一个独立环节参与数学学习过程,主要表现为以下几个特征。

亲历性。亲历性是数学体验教学的本质特征。在数学体验过程中,学生需要有充分的时间体味和掌握学习内容,在认知活动中强化操作活动和情意活动,在亲身经历中促进自身发展。对此,教师在教学中要发挥学生的主体性,让学生亲身经历,从中获得数学体验快乐、建立数学学习信心。

情境性。初中数学中的许多概念、定理是抽象化的、形式化的,但是在初中阶段,学生的抽象思维开始逐步由经验型转向理论型,其认知发展水平开始逐步由具体运算阶段进入形式运算阶段。因此,在数学体验过程中,教师要创设体验化的情境,使数学知识具体化、直观化,从而激发学生的兴趣,促进学生探究,便于学生理解。

实践性。体验和现实密不可分,实践的过程也是体验的过程。以实践为基础的体验是有明确目的的自觉活动,学生在实践活动中思考和解决问题,认识和理解数学内容,并将知识技能、思想方法内化到原有的认知结构中。

探究性。探究性是数学体验教学的重要特征。数学体验往往以问题或任务为载体,以外部操作和表层认知为基础,引导学生通过自主探索解决问题或完成任务。在数学体验过程中,教师是学习的组织者、引导者、合作者,通过设计开放性和递进性的问题或任务,引导学生

经历探究、发现的过程。

情感性。情感、态度与价值观是数学教学的目标领域之一。学生积极的情感、态度与正确价值观的培养需要在愉快的学习体验中实现。通过数学体验,学生在亲历中获得丰富、具体、直观的体验,从而理解知识的意义,产生正向的情感、态度与价值观。

反思性。在探究的过程中,学生在朝着某一个方向进行探索时,往往不能对自己的位置进行清醒的评价和必要的调整,数学体验鼓励学生对自己的数学思维、数学活动、学习过程进行反思与评价,对自己的学习过程进行全面的审视,以产生更深入的体验。

数学体验的阶段与模型

作为一种数学学习方式,数学体验由体觉、体察、体悟、体证等4个阶段构成。在实际学习过程中,数学体验也可以只发生在某一个阶段。

体觉:启动经验,初步感受。数学体验的体觉阶段,就是围绕将要学习的内容,启动、激发原有的知识经验,使两者相连接,进而使学生形成初步的感知和深入探究的欲望。促进体觉产生的条件是学生具有相应的原有知识经验并得以激活启动。

体察:全面观察,深入反思。数学体验的体察阶段表现为思维深度参与其中的亲自观察,即认知体验更加深入,观察与反思互为交融,对所学内容形成接近其在本质上的理解。

体悟:抽象概括,意义建构。体悟是数学体验过程最核心的阶段。这一阶段,学生能够自主进行抽象概括、比较分析、归纳综合等一系列思维活动,达成对所学材料在本质特征的理解,最后形成系统化的认知结构。

体证:身临其境,验证应用。数学体验的体证阶段,就是将所感受的数学对象、所领悟的数学思想方法、所积累的数学活动经验带入具体的数学情境加以验证,并且指向应用。可以是同类练习,可以是变式迁移,更可以是创新解法。学校还可以通过建设初中数学体验室,配备体验工具,在环境的刺激和工具的帮助下,让学生获得更充分的数学体验。

建立数学模型是将摆在面前的实际问题与教学中的数学工具相联系的必要过程。数学体验的模型主要有以下两种结构。

一是“四阶结构”。关注体验的层次性和深刻性,数学体验的过程可以分为“体觉与体悟”(在熟悉、易于理解的数学情境中感受)“体察与体悟”(由情境具象到数学抽象的数学化认识)“概括与推理”(操练本质特征,运用数学内部逻辑解释)“评价与经验”(与已有经验关联,重聚认知结构)等4个环节。

二是“三环结构”。关注体验的递进

性,数学体验可以分为“探作与思考”“思考与认知”“认知与经验”的流程,体现“操作→认知→情感”的过程。

数学体验教学融入足够时间的观察、实验、猜测、计算、推理、验证等深层的体验过程,可使学生的数学认知能力得到提升,表现为感知的准确性、想象的现实性、分析的透彻性、比较的深刻性、综合的广阔性、抽象的层次性、猜想的合理性、证明的严谨性、归纳的全面性、类比的适切性、演绎的逻辑性、迁移的灵活性等数学学科素养的提高。

数学体验的路径与评价

数学体验的根本宗旨在于,通过经历数学知识的产生过程及其认知过程达成对所学数学知识的深层理解,建构知识的意义最终形成自己的知识。

内容设计。数学体验教学中,需将数学知识具体化(特殊化)和直观化(变成图像表征和动作表征),同时设计成问题或任务,让学生以探究的方式解决或完成,充分经历从猜想(验证)到确认(论证)探究过程。数学体验的内容设计主要有3类。

生活现实类。生活现实通常是具体、直观的,具有很强的体验性。因此,设计数学体验内容,可从寻找数学知识的现实背景(来源)与应用(去向)入手。

直观操作类。几何图形比较直观,具有较好的体验性。如动态的过程性设计,寻找几何意义与表征或几何背景与应用入手的代数内容体验等。

归纳探究类。对于一些不太容易找到现实背景与应用或几何意义与表征的内容,可从具体化(特殊化)入手,让学生经历具体问题的解决,获得具体体验,进而归纳得出抽象性(一般性)结论。

此外,教师通过多媒体技术、视频技术展示图片,也可以让学生更有身临其境的感觉。数学软件的模拟快捷、精准,过程直观,体验具体。

教学实施。初中数学体验在教学实施的过程中,需要突出学生“看、做、想、说”的体验。

“看”是初中数学体验最基本的实施途径。“看”主要是看操作的过程和结果(动作表征和图像表征),即直观的东西。

“做”是“看”的基础,“做”也是看的深入。在思维参与下的“做”,既包括实物操作,也包括技术操作、画图、演算等。

“想”最重要的任务是,证明猜想和变式迁移(拓展应用)。“想”可以充分发展学生的数学思维,提升思维的深刻性和灵活性。

“看”“做”是输入,“想”是处理,“说”就是输出。“说”的内容可以基于直观的“看”和“做”的理解,可以基于抽象的“想”,还可以是数学知识之间联系的理解。

数学评价。初中数学体验需要基于过程和结果维度,结合内容与目标,采用课堂观察和书面测试方式,设计具体的评价工具。

通过设计课堂观察记录表对学生的行为表现进行定性评价。比如,设计针对数学体验活动的课堂观察记录表,实现对数学体验活动的环节安排、时间控制的合理性,手段运用、层级组织的科学性,问题交流、思考深入的适切性等进行评价;设计针对数学体验活动中核心素养培养的课堂观察记录表,实现对数学体验活动落实核心素养培养情况的评价。

通过设计书面测试题对学生体验过程产生的学习结果进行定量评价。数学体验对于促进学生理解和运用知识,提升学生核心素养有重要作用。因此,结合具体教学内容和目标设计书面测试题,可以评价学生的知识掌握情况和能力发展情况。

数学体验的成果与反响

“初中数学体验”项目组从2008年9月开启初中数学体验的初步探索,陆续申报南京市教育科学“十一五”规划课题《基于学生发展的数学课程资源校本化开发与整合的研究》,“十二五”省级规划重点资助课题《初中数学体验室建设与利用的研究》,“十三五”省级规划重点资助课题《初中数学体验校本课程的开发研究》,“十四五”省级规划重点课题《指向育人方式变革的初中数学体验教学模式建构研究》。

历经15年,项目组坚定不移地探索教学方式变革,立足课堂,推进初中数学体验实践,达成发展学生数学素养之目标,取得丰硕成果。目前,共出版专著4部,发表近100余篇文章,其中核心期刊13篇,6项成果获省创新设计大赛一等奖,1项成果获国家专利,研究成果《初中数学体验教学的实践探索》获省第五届教科成果一等奖。

项目成果获得社会的广泛认可。当前,200所初中校在数学课堂融入“数学体验”,实现了学与教的方式转变,较好地推动了数学学科建设,提升了数学教学质量。此外,成果在首届基础教育论坛、第14届国际数学教育大会现场展示;2023年5月11日,“中国教育报好老师”平台直播《让学更好发生——初中数学体验教学的思考与实践》讲座,介绍“初中数学体验”项目的经验做法,得到全国教育同仁高度关注和好评。

(作者系“初中数学体验”项目负责人,南京金陵中学副校长,江苏省特级教师,正高级教师,“江苏人民教育家培养工程”培养对象,江苏省数学学会数学教育专业委员会常务理事,江苏省教育学会中学数学教学专业委员会常务理事)

在“数学体验”中成长为期盼的模样

■许天枢

2023年5月4日,我收到张爱平老师发来的微信,我们俩和诸士金老师合作的文章《数学体验:学习“基本事实”的有效路径——以“平行线分线段成比例”为例》在《数学通报》2023年第4期上发表了。《数学通报》是核心期刊,所刊文章以高校和高中方向为主,初中文章极少。兴奋之余,不禁回想起10年来的探索之路,其中苦乐,记忆犹新。

2014年,“初中数学体验”项目组决定在当年12月23日举行主题为“数学体验”的市级教研活动,指定我和另一位老师同课异构,课题是九年级数学下册的“平行线分线段成比例”。

“平行线分线段成比例”是基本事实,基本事实需要探究吗?这一问题曾困扰我许久,也是我对这节课认知最不明确的地方。在一次次听课中,在与专家们的交流讨论中,我的认知逐渐清晰。比如,把基本事实当成公理直接给出,会淡化基本事实的教学价值,不利于对欧式几何公理化体系的认识和建构,也会影响学生对数学知识之间、数学与其他学科之间、数学与生活之间联系的深度体验。

基本事实的逻辑性表现在对基本事实是否有合理的认同上,因为学生总喜欢问为什么,“而为什么的解释必然涉及一些公认的事实,总有逻辑起点”。这就决定了初中阶段基本事实的探索

要合情、合理,能够结合学生天性去表达。

我充分遵从“数学体验”的理论,给出本节课新的教学设计,因为基本事实具有可感知性、真实性、基础性和逻辑性的特征,所以基本事实的教学也要数学体验。之后,我的展示课获得满意的教学效果,受到听课老师与专家的高度评价。我以这一教学设计为蓝本,参加省初中数学实验创新设计方案评比,获得一等奖。

多年来,我在“数学体验”的实践中进一步感受到其价值与魅力,也在探索“数学体验”的过程中不断成长。2016年,我入选省“333工程”高层次人才培养对象,2019年被评为“南京市数学学科带头人”,2020年获评“江苏省教育科学优秀成果一等奖”、南京市五一创新能手、南京市技术能手,2021年被评为“南京市先进教育工作者”“江苏省数学特级教师”。

人民教育家于漪说:“当老师,最难的地方就是要与时俱进,边教学、边学习,不断回答时代之问。”在“数学体验”的路上,我仍要不断学习、不断实践,和同仁们深耕不辍,努力探索“数学体验”的内涵理解,着力开发与实践“数学体验”课程,让更多的学生拥有快乐的数学体验。

(作者系南京市宁海中学分校校长,江苏省特级教师)



图①②为南京金陵中学学生在数学课堂上借助实物模型学习立体几何知识。